

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

2022. május 3. 9:00

I.

Időtartam: 45 perc

| | |
|----------------|--|
| Pótlapok száma | |
| Tisztázati | |
| Piszkozati | |

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Az A és B halmazokról tudjuk, hogy $A = \{2; 3; 5\}$, $A \cap B = \{2; 3\}$, $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.
Elemi felsorolásával adja meg a B halmazt!

| | | |
|-------|--------|--|
| $B =$ | 2 pont | |
|-------|--------|--|

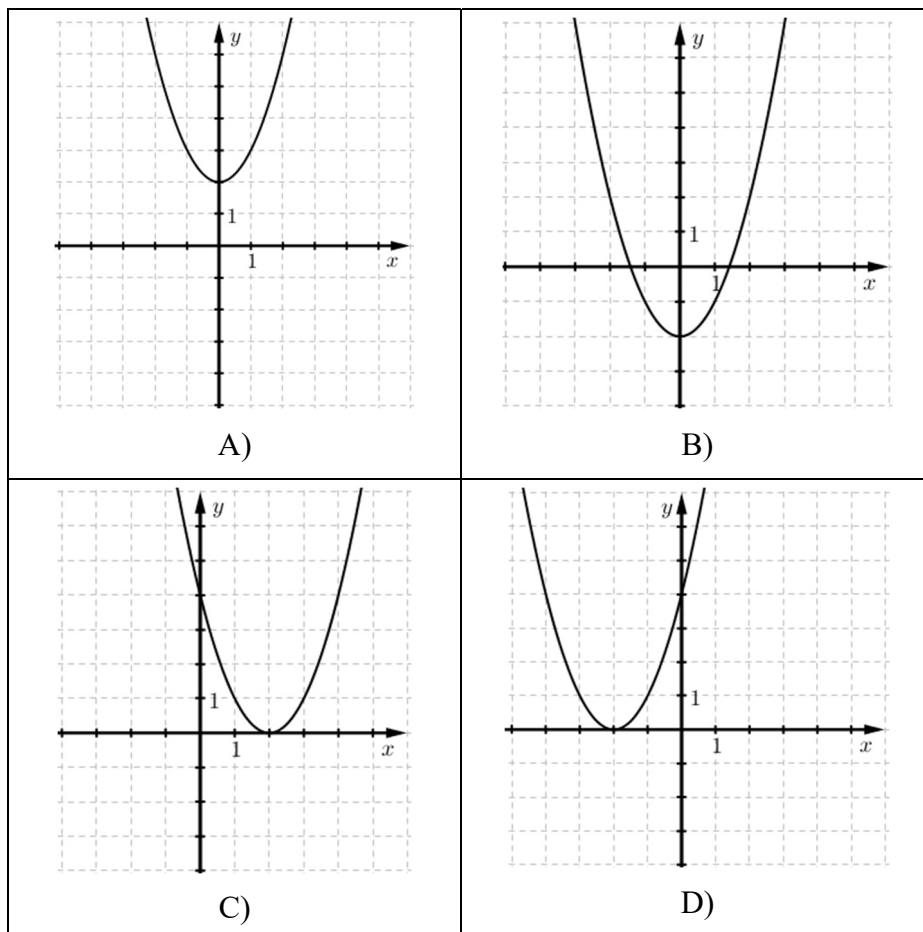
2. Hány éle van egy tízpontú teljes gráfnak?

| | | |
|--|--------|--|
| | 2 pont | |
|--|--------|--|

3. Melyik az a szám, amely 10-zel kisebb az ellentettjénél?

| | | |
|--|--------|--|
| | 2 pont | |
|--|--------|--|

4. Válassza ki az alábbiak közül a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto (x - 2)^2$ függvény grafikonját!



| | | |
|--|--------|--|
| | 2 pont | |
|--|--------|--|

5. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 5 cm hosszú, a háromszög ezzel szemkötti szöge 32° -os. Számítsa ki a másik befogó hosszát! Megoldását részletezze!

| | | |
|--|--------|--|
| | 2 pont | |
| | 1 pont | |

6. Egy feleletválasztós teszt 5 kérdésből áll, minden kérdésnél négy válaszlehetőség van. Hányféleképpen lehet az 5 kérdésből álló tesztet kitölteni, ha minden kérdésnél egy választ kell megjelölni?

| | | |
|--|--------|--|
| | 2 pont | |
|--|--------|--|

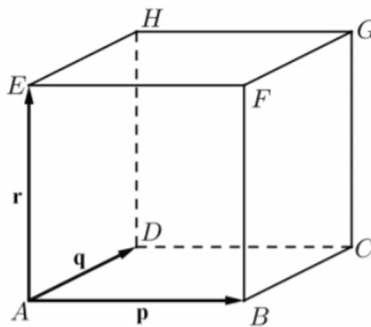
7. Egy mértani sorozat második tagja 1,5, hányadosa 3. Számítsa ki a sorozat hatodik tagját és az első tíz tagjának az összegét! Megoldását részletezze!

| | | |
|--------------------------|--------|--|
| | 2 pont | |
| A hatodik tag: | 1 pont | |
| Az első tíz tag összege: | 1 pont | |

8. Számítsa ki az $A(5; -3)$ és $B(1; 0)$ pontok távolságát!

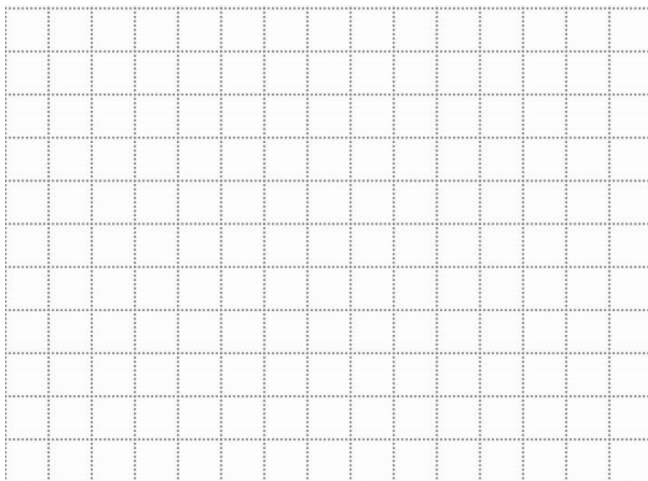
| | | |
|--|--------|--|
| | 2 pont | |
|--|--------|--|

9. Az ábrán látható kocka A csúcsából kiinduló élvektorai \mathbf{p} , \mathbf{q} és \mathbf{r} .
Fejezze ki \mathbf{p} , \mathbf{q} és \mathbf{r} segítségével a \overrightarrow{BH} vektort!



| | | |
|-------------------------|--------|--|
| $\overrightarrow{BH} =$ | 2 pont | |
|-------------------------|--------|--|

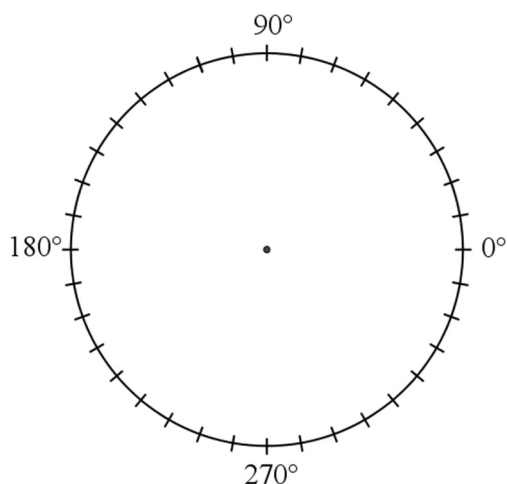
10. Adott a $[-8; 4]$ zárt intervallumon értelmezett $x \mapsto \frac{1}{2}x + 3$ függvény.
Adja meg a függvény zérushelyét és értékkészletét!



| | | |
|------------------|--------|--|
| A zérushely: | 2 pont | |
| Az értékkészlet: | 2 pont | |

- 11.** 2021. október közepén közvéleménykutató szavazást indított a Budapesti Közlekedési Központ (BKK), melyben arra voltak kíváncsiak, hogy az utasok 30, 60 vagy 90 perces időalapú mobiljegyet szeretnék-e leginkább. A szavazásból kiderült, hogy a válaszadók fele 60 perces jegyet szeretne, 30 százalékuk választotta a 90 perceset, 20 százalékuk pedig a 30 perceset.

Készítsen kördiagramot a szavazás eredményéről!



| | |
|--------|--|
| 3 pont | |
|--------|--|

- 12.** Feldobunk három szabályos pénzérmét. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a három pénzérmével azonosat dobunk (mindhárommal fejet, vagy mindhárommal írást)!

| | | |
|--|--------|--|
| | 2 pont | |
|--|--------|--|

| | | pontszám | |
|-----------------|-------------|-----------|-------|
| | | maximális | elért |
| I. rész | 1. feladat | 2 | |
| | 2. feladat | 2 | |
| | 3. feladat | 2 | |
| | 4. feladat | 2 | |
| | 5. feladat | 3 | |
| | 6. feladat | 2 | |
| | 7. feladat | 4 | |
| | 8. feladat | 2 | |
| | 9. feladat | 2 | |
| | 10. feladat | 4 | |
| | 11. feladat | 3 | |
| | 12. feladat | 2 | |
| ÖSSZESEN | | 30 | |

dátum

javító tanár

| | pontszáma egész számra kerekítve | |
|---------|---|-----------------|
| | elért | programba beírt |
| I. rész | | |

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

2022. május 3. 9:00

II.

Időtartam: 135 perc

| | |
|----------------|--|
| Pótlapok száma | |
| Tisztázati | |
| Piszkozati | |

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban felkelhető táblázatok helyettesítése (\sin , \cos , tg , \log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

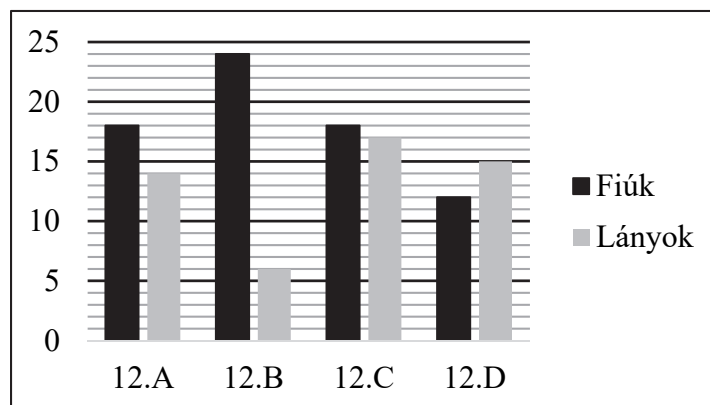
$$(x - 5)^2 + 7 = 2x$$

b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ 0,7x + 0,2y = x \end{array} \right\}$$

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 5 pont | |
| b) | 6 pont | |
| Ö.: | 11 pont | |

14. Az ábrán látható diagram egy végzős évfolyam négy osztályában mutatja a fiúk és a lányok számát.



- a) A legkisebb létszámú osztályban a lányok száma hány százaléka a fiúk számának?
- b) Töltse ki az alábbi táblázatot, majd határozza meg a 4 adat terjedelmét, átlagát és szórását!

| osztály | 12.A | 12.B | 12.C | 12.D |
|-----------------|------|------|------|------|
| lányok létszáma | | | | |

A 12.B osztályban a lányok év végi matematikajegyeinek átlaga 4,5, az egész osztály matematikajegyeinek átlaga pedig 4,1 volt.

- c) Mennyi volt a 12.B osztályban a fiúk átlaga matematikából év végén?

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 3 pont | |
| b) | 5 pont | |
| c) | 4 pont | |
| Ö.: | 12 pont | |

15. Bálint szőlőt termeszt a Balaton-felvidéken. A szőlő egy részéből 100%-os szőlőlevet készít. 1 liter szőlőlé 1,3 kg szőlő felhasználásával készül. Az elkészült szőlőlevet 5 literes műanyag tasakokba töltik.

a) Hány teli tasak szőlőlé készül 4,7 tonna szőlőből?

Az 5 literes tasakot téglatest alakú papírdobozba teszik. A doboz éleinek hossza 12 cm, 20 cm és 25 cm.

b) Hány literes a doboz?

Bálint telke téglalap alakú. A telek szomszédos oldalainak aránya 3 : 4, területe 1,47 hektár (1 hektár = 10 000 m²).

c) Mekkora ennek a teleknek a kerülete?

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 4 pont | |
| b) | 3 pont | |
| c) | 6 pont | |
| Ö.: | 13 pont | |

B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 16.** Az új autók értéke a megvásárlás pillanatától kezdve csökken. A csökkenés mértékét különböző modellekkel lehet becsülni.
A *lineáris* becslési módszer szerint az autó minden hónapban ugyanannyi forintot veszít az értékéből.

- a) Egy újonnan 6 millió forintba kerülő autó értéke a lineáris becslési módszer szerint 5 év alatt csökken a felére. Hány forinttal csökken az autó értéke egy hónap alatt?

Az *exponenciális* modell szerint az új autó értéke havonta 1%-kal csökken.

- b) Hány forintra csökken a 6 millió forintba kerülő új autó értéke két év alatt az exponenciális modell szerint, és ez hány százalékos csökkenést jelent az új kori értékéhez képest?
- c) Hány hónap alatt csökken a felére az autó értéke az exponenciális modell szerint?

Egy autókereskedő a következő évre üzleti tervet készít. A terv szerint januárban 65 darab autót ad el, februártól kezdve pedig havonta egyre több autó eladásával számol: minden hónapban ugyanannyival növelné az értékesített autók számát az azt megelőző hónaphoz képest. Az éves terv szerint összesen 1110 darab autó eladása a cél.

- d) Hány darabbal kell növelnie hónapról hónapra az eladást a terv szerint?

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 3 pont | |
| b) | 4 pont | |
| c) | 5 pont | |
| d) | 5 pont | |
| Ö.: | 17 pont | |

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

17. A képen egy kerámia tárolóedény és a parafából készült teteje látható. Az edény belseje egy csonkakúp alakú és egy ugyanolyan magasságú forgáshenger alakú részből áll. Az edény belső méretei: alapkörének átmérője 14 cm, a hengeres rész átmérője 11 cm, az edény teljes magassága 21 cm.



- a) Számítsa ki az edény térfogatát!

A kerámiaedény belső felületét vékony zománcreteggel vonták be.

- b) Számítsa ki, hogy egy edényen hány cm^2 -es a zománcozott felület!

Egy szállodában 20 db egyforma fedett edényben kétféle müzlikeveréket tartanak. 5 edényben natúr, 15 edényben csokis müzli van. Egy alkalmazott a reggeli sietségben véletlenszerűen választ ki az edények közül 4-et, és ezeket egy tálcára teszi.

- c) Mekkora a valószínűsége annak, hogy a 4 edény közül egyben natúr, háromban pedig csokis müzli lesz?

| | | |
|-----|---------|--|
| a) | 6 pont | |
| b) | 6 pont | |
| c) | 5 pont | |
| Ö.: | 17 pont | |

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18. a)** Határozza meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!
(A és B halmazokat jelöl. Válaszait itt nem kell indokolnia.)

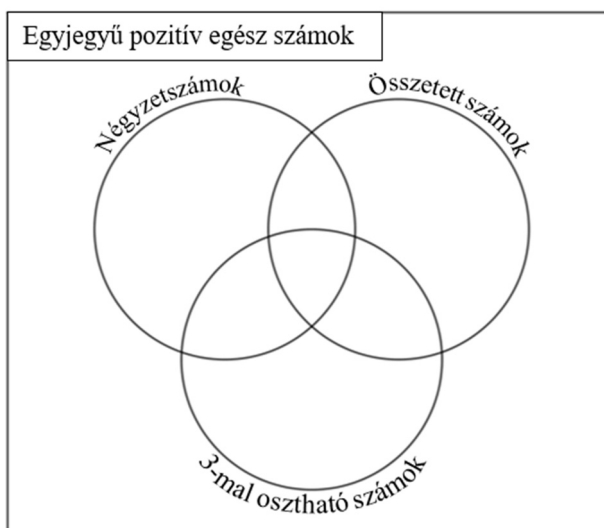
I. állítás: Ha B üres halmaz, akkor $A \cap B$ üres halmaz.

II. állítás: Ha $A=B$, akkor $A \setminus B$ üres halmaz.

III. állítás: Ha $A \cup B = A$, akkor $A=B$.

- b)** Az I. állítás megfordítása: Ha $A \cap B$ üres halmaz, akkor B üres halmaz.
Határozza meg ennek az állításnak a logikai értékét! Válaszát indokolja!

- c)** Írja be mind a kilenc egyjegyű pozitív egész számot az ábra megfelelő részébe!



A 0, 1, 2, 4 és 9 számjegyeket felhasználva elkészítjük az összes olyan ötjegyű számot, melyek különböző számjegyekből állnak.

- d)** Hány 4-gyel osztható szám van az elkészített számok között?

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 2 pont | |
| b) | 3 pont | |
| c) | 5 pont | |
| d) | 7 pont | |
| Ö.: | 17 pont | |

| | a feladat sorszám | pontszám | | |
|-----------------|----------------------|--------------------------|-------|----------|
| | | maximális | elért | összesen |
| II. A rész | 13. | 11 | | |
| | 14. | 12 | | |
| | 15. | 13 | | |
| II. B rész | | 17 | | |
| | | 17 | | |
| | | ← nem választott feladat | | |
| ÖSSZESEN | | 70 | | |

| | pontszám | |
|---|------------|-------|
| | maximális | elért |
| I. rész | 30 | |
| II. rész | 70 | |
| Az írásbeli vizsgarész pontszáma | 100 | |

dátum

javító tanár

| | pontszáma egész számra kerekítve | |
|----------|---|--------------------|
| | elért | programba beírt |
| I. rész | | |
| II. rész | | |

dátum

dátum

javító tanár

jegyző