

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. október 15.**

# MATEMATIKA

## KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

**2019. október 15. 8:00**

**I.**

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Rajzoljon egy olyan hatpontú gráfot, amelyben a pontok fokszámának összege 14.

2 pont	
--------	--

2. Sorolja fel az  $A = \{x, y, z\}$  halmaz összes részhalmazát!

	3 pont	
--	--------	--

3. A  $b$ -nek hányadik hatványával egyenlő a következő műveletsor eredménye?

$$\frac{(b^2)^5 \cdot b^3}{b} \quad (b \neq 0)$$

	2 pont	
--	--------	--

4. Egy 15 000 Ft-os cipő ára egy árleszállítás során 9750 Ft-ra csökkent. Hány százalékkal csökkentették az eredeti árat?

százalékkal	2 pont	
-------------	--------	--

5. Adjon meg egy olyan összetett számot, amely relatív prím a 6-hoz!

	2 pont	
--	--------	--

6. Válassza ki az alább felsorolt, a valós számok halmazán értelmezett függvények közül a páros függvényeket!

A)  $a(x) = 3x^2$

B)  $b(x) = x^3$

C)  $c(x) = |x|$

D)  $d(x) = 4x + 2$

	2 pont	
--	--------	--

7. Egy mértani sorozat első tagja 6, negyedik tagja 48. Adja meg a sorozat harmadik tagját!

	2 pont	
--	--------	--

8. Az  $ABC$  háromszög  $AB$  oldala 2 egység,  $BC$  oldala 3 egység hosszú. Ez a két oldal  $120^\circ$ -os szöget zár be egymással. Számítsa ki a háromszög  $AC$  oldalának hosszát!

	2 pont	
--	--------	--

9. Egy egyenes egyenlete:  $2x + 5y = 18$ . Adja meg az egyenes meredekségét!

Az egyenes meredeksége:	2 pont	
-------------------------	--------	--

- 10.** Egy téglatest alakú akvárium belső méretei: hosszúsága 50 cm, szélessége 20 cm, magassága 25 cm. Hány centiméterre lesz a víz szintje az akvárium felső szélétől, ha beletöltenek 19 liter vizet? Válaszát indokolja!

	3 pont	
	1 pont	

- 11.** Az  $A = \{-13; -5; 29\}$  és a  $B = \{-17; 0; 1; 4\}$  halmazokból véletlenszerűen kiválasztunk egy-egy számot. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a két kiválasztott szám szorzata negatív lesz! Válaszát indokolja!

	3 pont	
	1 pont	

- 12.** Samunak ebben az évben egy 2-es, két 3-as, egy 4-es és négy 5-ös osztályzata volt matematikából. Adja meg Samu matematika jegyeinek átlagát és szórását!

A jegyek átlaga:	1 pont	
A jegyek szórása:	2 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	3	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	2	
	7. feladat	2	
	8. feladat	2	
	9. feladat	2	
	10. feladat	4	
	11. feladat	4	
	12. feladat	3	
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>30</b>	

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

	pontszáma <b>egész számra</b> kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

\_\_\_\_\_

jegyző

**Megjegyzések:**

- Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
- Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!



**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. október 15.**

# MATEMATIKA

## KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

**2019. október 15. 8:00**

### II.

Időtartam: 135 perc

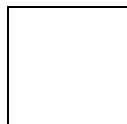
Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**



## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás,  $n!$ ,  $\binom{n}{k}$  kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése ( $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$ ,  $\log$  és ezek inverzei), a  $\pi$  és az  $e$  szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

**A**

**13.** Adott a  $[-2; 4]$  zárt intervallumon értelmezett  $f$  függvény:  $x \mapsto -\frac{1}{2}x + 4$ .

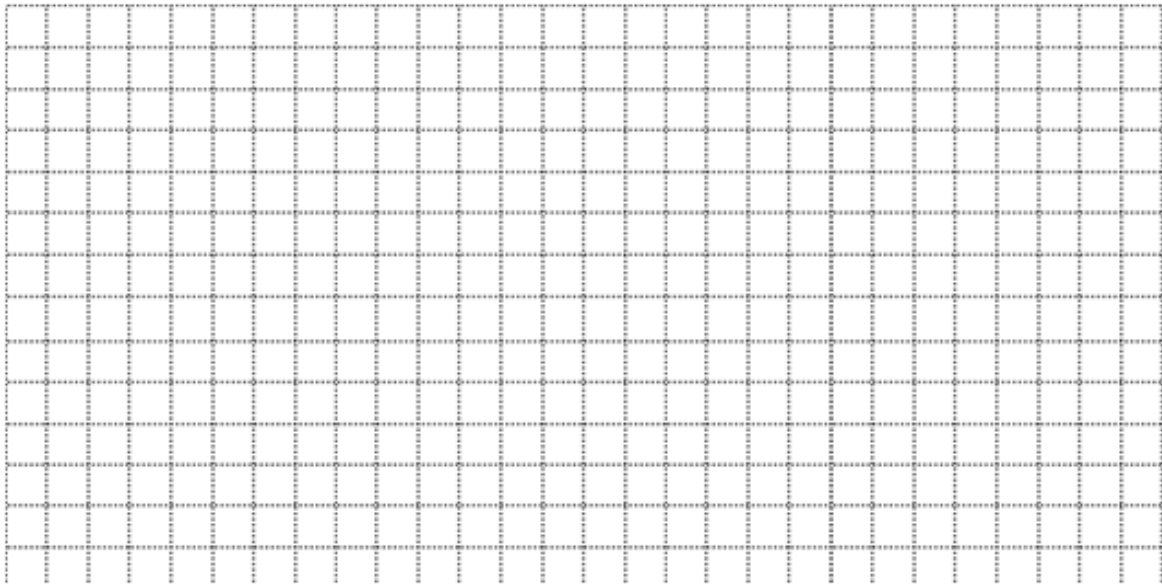
a) Mit rendel az  $f$  függvény az  $x = -\frac{3}{4}$  számhoz?

b) Ábrázolja az  $f$  grafikonját!  
Adja meg az  $f$  értékkészletét!

Adott a valós számok halmazán értelmezett  $g$  függvény:  $x \mapsto x^2 - 4x + 3$ .

c) Hány olyan szám van, amelyhez a  $g$  függvény a  $\left(-\frac{3}{4}\right)$  értéket rendel?

a)	2 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
<b>Ö.:</b>	11 pont	





**14.** A statisztikai adatok szerint a közúti balesetek gyakori okai között minden évben szerepel a járművezetők figyelmetlensége, a gondatlan vezetés.

- a) Egy autó az autópályán 120 km/h sebességgel halad, és a sofőr 1,5 másodpercig nem figyel az útra. Hány métert tesz meg az autó ennyi idő alatt?

A gyorsajtás szintén a gyakori baleseti okok között szerepel. A tapasztalatok szerint, ha egy sofőr betartja az autópályán a 130 km/h sebességhatárt, akkor az átlagsebessége legfeljebb 120 km/h körül alakulhat. A Siófok–Budapest távolság közelítőleg 100 km.

- b) Számítsa ki, hogy hány perccel rövidebb idő szükséges a Siófok–Budapest távolság megtételéhez, ha 120 km/h átlagsebesség helyett átlagosan 130 km/h-val teszi meg ezt a távot egy autó!

2018 januárjában Magyarországon összesen 1178 személyi sérüléssel járó közúti baleset történt, melyek közül 440 esetben a gyorsajtás volt a fő ok. A balesetek okainak megoszlását egy kördiagramon szeretnénk ábrázolni.

- c) Mekkora középponti szög tartozik a kördiagramon a gyorsajtáshoz?  
Válaszát egész fokra kerekítve adja meg!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	3 pont	
<b>Ö.:</b>	11 pont	



- 15.** a) Egy számtani sorozat első és harmadik tagjának összege 8. A sorozat harmadik, negyedik és ötödik tagjának összege 9. Adja meg a sorozat első tíz tagjának összegét!
- b) Egy derékszögű háromszög egyik befogója 8 cm-rel, a másik 9 cm-rel rövidebb, mint az átfogó. Mekkora a háromszög oldalai?

<b>a)</b>	7 pont	
<b>b)</b>	7 pont	
<b>Ö.:</b>	14 pont	





## B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**16.** Egy A4-es papírlapot négy egyforma kisebb lapra vágunk. Ezekre a kisebb lapokra felírtuk az 1, 2, 3, 4 számokat, mindegyik lapra egy számot. A négy lapot véletlenszerűen sorba rakjuk.

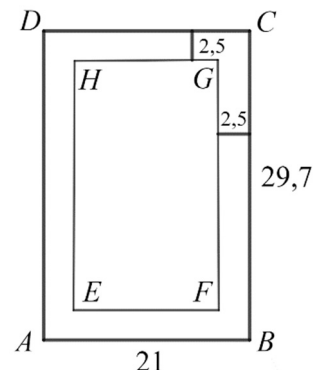
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy így sem két páros, sem két páratlan szám nem kerül egymás mellé?

Egy A4-es papírlap vastagsága 0,1 mm. Egy ilyen papírlapot kettévágunk, majd a keletkező két fél lapot egymásra tesszük. Az így kapott „kupacot” ismét kettévágjuk, és a keletkező négy negyedlapot egymásra tesszük (a kupac magassága ekkor 0,4 mm). Ezt a műveletet tovább folytatjuk, tehát először egy vágással a kupacot kettévágjuk, majd a keletkező lapokat egymásra tesszük. Azt tervezzük, hogy ezt a műveletet összesen 20-szor hajtjuk végre. Luca szerint, ha ezt meg tudnánk tenni, akkor a 20 vágás és egymásra rakás után keletkező kupac magasabb lenne, mint 100 méter.

- b) Igaza van-e Lucának? Válaszát számítással igazolja!

Egy A4-es papírlap méretei: 21 cm  $\times$  29,7 cm. A szövegszerkesztő programok általában 2,5 cm-es margóval dolgoznak, vagyis a papírlap minden oldalától számítva egy-egy 2,5 cm-es sáv üresen marad (lásd az ábrát). A lap közepén a szövegnek fennmaradó rész szintén téglalap alakú.

Zsófi szerint az  $ABCD$  és az  $EFGH$  téglalapok hasonlóak.



- c) Igaza van-e Zsófinak? Válaszát indokolja!

Tekintsük a következő állítást:

*Ha két négyszög hasonló, akkor megfelelő szögek páronként egyenlők.*

- d) Adja meg az állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)!

Írja fel az állítás megfordítását, és adja meg a megfordítás logikai értékét is!

Ez utóbbi választ indokolja!

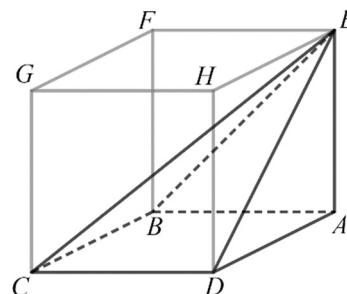
a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
d)	4 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**17.** Az  $ABCDEFGH$  kocka élhosszúsága 6 cm.

- a) Számítsa ki az ábrán látható  $ABCDE$  gúla felszínét!
- b) Fejezze ki az  $\vec{EC}$  vektort az  $\vec{AB}$ , az  $\vec{AD}$  és az  $\vec{AE}$  vektorok segítségével!



Egy 12 cm magas forgáskúp alapkörének sugara 6 cm.

- c) Mekkora szöget zár be a kúp alkotója az alaplappal?

A fenti forgáskúpot két részre vágjuk az alaplap síkjával párhuzamos síkkal. Az alaplap és a párhuzamos sík távolsága 3 cm.

- d) Számítsa ki a keletkező csonkakúp térfogatát!

a)	6 pont	
b)	3 pont	
c)	3 pont	
d)	5 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**18.** Egy 125 férőhelyes szállodában összesen 65 szoba van: egy-, két- és háromágyasak.

- a) Hány háromágyas szoba van a szállodában, ha a kétágyas szobák száma háromszoros az egyágyas szobák számának?

A szállodába egy hat főből álló társaság érkezik: Aladár, Balázs, Csaba, Dezső, Elemér és Ferenc. Aladár és Balázs testvérek. A társaság tagjai az egyágyas 101-es, a kétágyas 102-es és a háromágyas 103-as szobát kapják.

A recepciós kitesz a pultra egy darab 101-es, két darab 102-es és három darab 103-as szobakulcsot. A társaság tagjai a pultra helyezett kulcsok közül véletlenszerűen elvesznek egyet-egyét (ezzel kiválasztják a szobájukat).

- b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Aladár és Balázs kerül a 102-es szobába!

Érkezésük után a vendégek a szálloda éttermében vacsoráztak. Vacsorájukra várva látták, hogy az egyik pincér – sietős mozdulatai közben – leejtett és összetört egy tányért.

A szálloda pincérei felszolgálat közben átlagosan minden kétezredik tányért összetörnek (ezt tekinthetjük úgy, hogy  $\frac{1}{2000}$  annak a valószínűsége, hogy egy adott tányért összetörnek). A pincérek a következő vacsora alkalmával összesen 150 tányért szolgálnak fel.

- c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a következő vacsora közben a pincérek legalább egy tányért összetörnek!

a)	7 pont	
b)	6 pont	
c)	4 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



	a feladat sorszám	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	11		
	14.	11		
	15.	14		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>70</b>		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
<b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b>	<b>100</b>	

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

	pontszáma <b>egész számra</b> kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

\_\_\_\_\_ jegyző